

ارتباط فرمول‌های دنباله‌های حسابی و هندسی

روابط ریاضی و زیباییات

حسابی به رابطه‌های دنباله هندسی، براساس یک قاعده منطقی تغییر می‌کنند. یعنی مثلاً عملگر جمع در رابطه دنباله حسابی به عملگر ضرب در رابطه دنباله هندسی تبدیل می‌شود و همچنین عملگر ضرب در دنباله حسابی به توان در دنباله هندسی تغییر می‌یابد (جدول شماره ۲ را ببینید).

جدول ۲

دنباله حسابی	دنباله هندسی
جمع	ضرب
ضرب	توان
تفریق	تقسیم
تقسیم	ریشه‌گیری

البته باید دقت داشته باشیم که نمایه‌ها (اندیس‌ها) شماره جمله‌ها هستند و ماهیتی غیر از مقدار جمله‌ها دارند. لذا رابطه بین آن‌ها تغییری نمی‌کند.

خب، تا اینجا برای دانش‌آموز جالب است، ولی حالا پس از گفتن این رابطه‌ها، معمولاً برای دانش‌آموز متفکر این سؤال مطرح می‌شود که: «چرا این ارتباط فرمول‌های ریاضی برای مجموع جمله‌های دنباله حسابی و مجموع جمله‌های دنباله هندسی^۲ صدق نمی‌کند؟! پس آیا به مثال نقضی برخوردیده‌ایم؟!»

در این صورت وقتی معلم خلاق ریاضیات، دانش‌آموز را متوجه «حاصل ضرب» جمله‌های دنباله هندسی می‌سازد، دانش‌آموز تحلیلگر پاسخ خود را دریافت می‌کند!

پیروز و سربلند باشید!

پی‌نوشت‌ها

۱. این رابطه با استفاده از رابطه‌های میحث تشابه مثلث‌ها که در کتاب‌های هندسه ۱ و ریاضی ۲ رشته‌های ریاضی - فیزیک و علوم تجربی وجود دارند، قابل اثبات است.
۲. میحث مجموع جمله‌های دنباله‌های حسابی و هندسی فقط در محتوای کتاب‌های درسی دانش‌آموزان ریاضی - فیزیک و علوم انسانی وجود دارد.

اگر ریاضیات با استدلال و با ذکر کاربردها و زیبایی‌های آن آموزش داده شود، مخاطب خیلی بهتر آن را دریافت می‌کند. گاهی حتی توجه به ظاهر رابطه‌های ریاضی، باعث زیباتر شدن ریاضی می‌شود. برای مثال دانش‌آموزان می‌دانند که در مثلث قائم‌الزاویه $a^2 + b^2 = c^2$ ؛ ولی شاید گمان نکنند که بین $\frac{1}{a^2}$ و $\frac{1}{b^2}$ هم رابطه مشابهی وجود داشته باشد. اما دیدن رابطه $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h_c^2}$ آن‌ها را بر سر ذوق می‌آورد.^۱

در عالم ریاضیات نمونه‌های بسیاری از این روابط وجود دارد؛ گاهی دانش‌آموز متوجه زیبایی این رابطه‌هاست و گاهی این هنر دبیر ریاضی اوست که وی را متوجه زیبایی این رابطه‌ها سازد و کلاس را به شوق آورد.

بسیاری از دانش‌آموزان فرمول‌های مربوط به دنباله‌های حسابی و هندسی را می‌آموزند ولی آیا همه آنان متوجه رابطه بین فرمول‌های دنباله‌های حسابی و فرمول‌های دنباله‌های هندسی می‌شوند؟! در جدول ۱ فرمول‌های مطرح دنباله‌ها را مشاهده می‌کنید:

جدول ۱

دنباله حسابی	دنباله هندسی	
$a_n = a + d(n-1)$	$a_n = aq^{n-1}$	جمله عمومی
$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$	$q = \sqrt[m-n]{\frac{a_m}{a_n}}$	قدرنسبت
$b = \frac{a+c}{2}$	$b = \sqrt[3]{ac}$	واسطه

وقتی این دو دسته فرمول را از نظر ظاهری بررسی می‌کنیم، متوجه می‌شویم که عملگرهای ریاضی از رابطه‌های دنباله



۳

شماره ۱۳۳ | بهار ۱۴۰۴